

# 離散化チャネル結合法の天体核反応 および核データ研究への応用

—3重アルファ融合反応研究の新展開を中心として—

緒方一介

(九大院理, 日本原子力研究開発機構, 理研仁科センター)

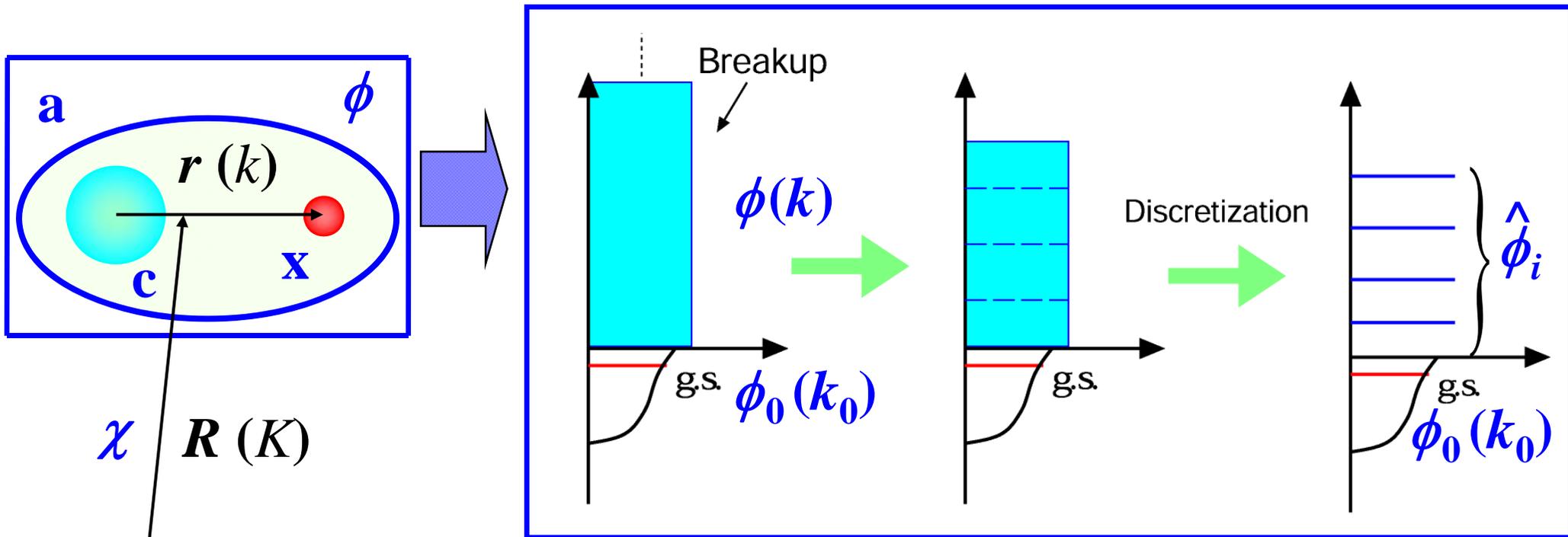
## 本講演のメッセージ

- 離散化チャネル結合法は、**正確かつ柔軟**な反応モデルである。
- 3重アルファ融合反応率の大改訂は、**本物**である。
- 移行反応は、核反応論の**最終・最難関課題**のひとつである。
- **不完全融合反応**を量子力学的に記述する新しい方法の提案。

# 本講演の内容

- 離散化チャネル結合法(CDCC)は、正確かつ柔軟な反応モデルである。
  - ✓ CDCCの概観と基本的な考え方
- 3重アルファ融合反応率の大改訂は、本物である。
  - ✓ 連続状態から始まる反応の記述
  - ✓  $10^8$  K 以下における反応率の劇的な増大の理由
  - ✓ 従来の計算法の評価: CDCC計算の(粗い)近似としての理解
- 移行反応は、核反応論の最終・最難関課題のひとつである。
  - ✓ 移行反応の基礎とFaddeev計算の現状
  - ✓ 多核子移行反応の記述
- 不完全融合反応を量子力学的に記述する新しい方法の提案。
  - ✓ Glauber模型計算とCDCCによる相補的な解析の提案

# The Continuum-Discretized Coupled-Channels method: CDCC (conventional CDCC)



Truncation と **離散化** が済めば、あとは通常のCC計算!

↳ Average法, midpoint法, pseudostate法

**A**

*M. Kamimura, Yahiro, Iseri, Sakuragi, Kameyama and Kawai, PTP Suppl. 89, 1 (1986);  
N. Austern, Iseri, Kamimura, Kawai, Rawitscher and Yahiro, Phys. Rep. 154 (1987) 126.*

# CDCCの基本的な考え方

## □ 反応の遷移行列

$$T_c \sim \langle \phi_c | V_c | \psi^{\text{CDCC}} \rangle \sim \langle \phi_c | \sum_i \hat{\phi}_i \rangle \langle \hat{\phi}_i | V_c | \psi^{\text{CDCC}} \rangle$$

反応に関与する有限の模型空間で  
(のみ)正確な、反応系の波動関数

入射粒子の近似的完全系  
(模型空間を規定)

実験条件と合致した境界条件を持つ自由波

*CDCC review paper (PTP Suppl. 89) Chap. II, p. 13 より*

### 模型空間

Hence,  $F$  depends in general on the **type of the reaction**, the **quantities**,  $\{Q\}$ , to be calculated, the procedure of the calculation of  $\{Q\}$ , the **incident energy**, **angle**, etc., of observation, and also the **desired accuracy** of the calculation.

*c.f. N. Austern, M. Yahiro, and M. Kawai, Phys. Rev. Lett. 63, 2649 (1989);  
N. Austern, M. Kawai, and M. Yahiro, Phys. Rev. C53, 314 (1996).*

# CDCCの特徴

## □ CDCC計算の特徴

- ✓ 束縛状態-連続状態間、連続状態-連続状態間の無限次の遷移が入る。  
→ DWB(I)A と比べて大変
- ✓ 模型空間を適切にコンパクト化する。→ Faddeev 法と比べて簡単

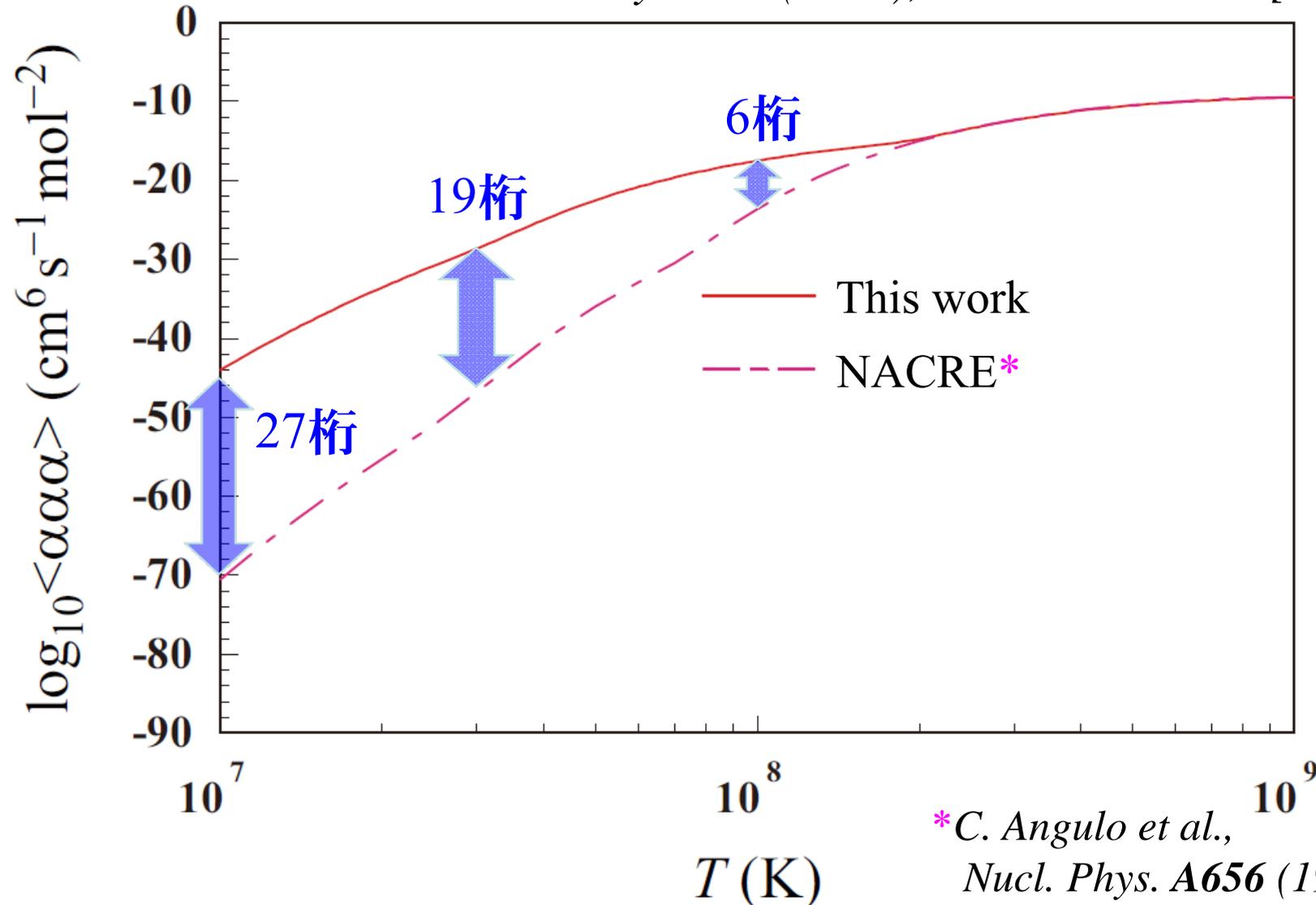
CDCCは、“様々な核反応を実験データに基づいて理解する”という目的にとって最適の、簡便性と信頼性を両立した反応模型である。

## □ CDCCの活躍の舞台 → 3重アルファ融合反応!

- ✓ 連続状態を稠密に記述する必要がある反応
- ✓ 必要な模型空間が極めて広い反応
- ✓ クーロン力によるチャネル結合が本質的な役割を果たす反応
- ✓ 観測量(物理量)の定量的評価(予言)が必要な場合

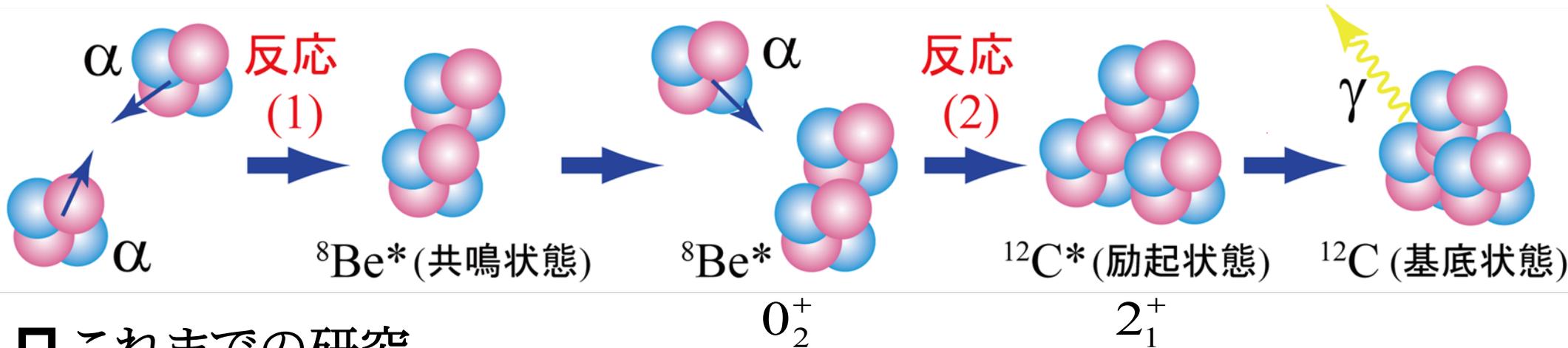
# CDCCの3重アルファ融合反応への適用

— *K.O., M. Kan, and M. Kamimura, to be published in Prog. Theor. Phys. 122 (2009); arXiv:0905.0007 [astro-ph.SR].*



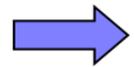
\* *C. Angulo et al., Nucl. Phys. A656 (1999), 3.*

# 3重アルファ反応



## □ これまでの研究

- ✓  $T \gg 10^8$  Kでは反応(1)・(2)共に共鳴とみなして良い。
- ✓  $T \ll 10^8$  Kでは非共鳴過程が重要



エネルギーシフトを伴う共鳴反応として記述

## □ 本研究

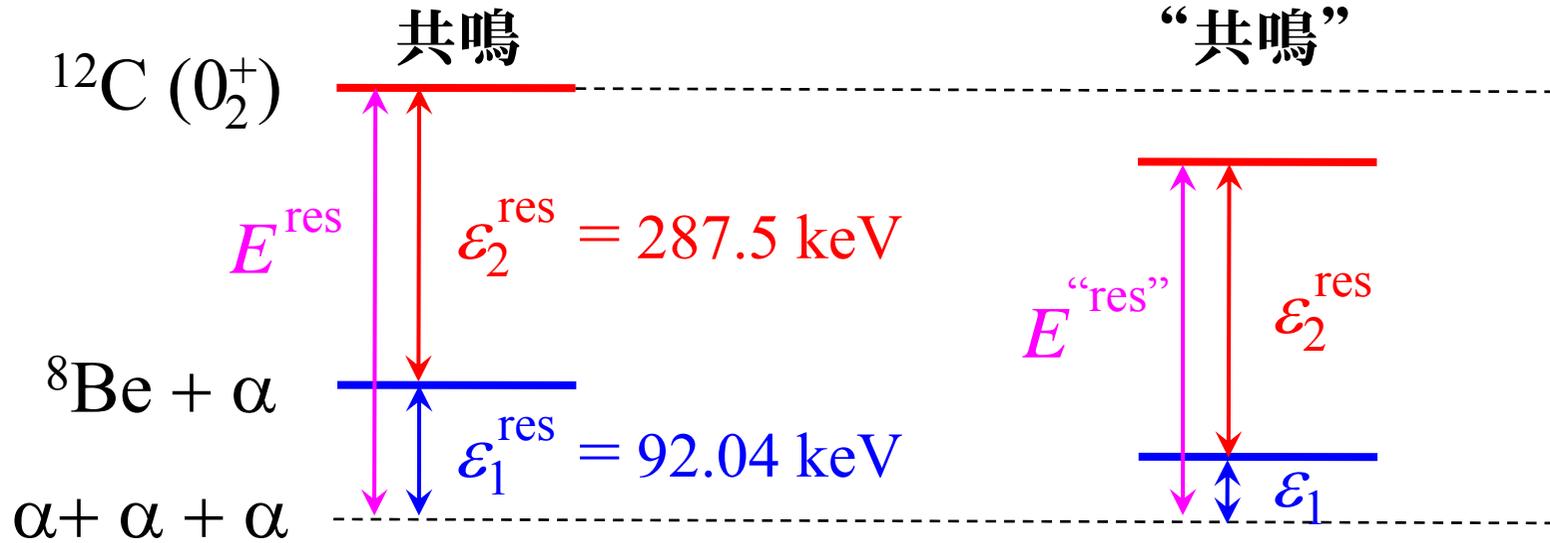
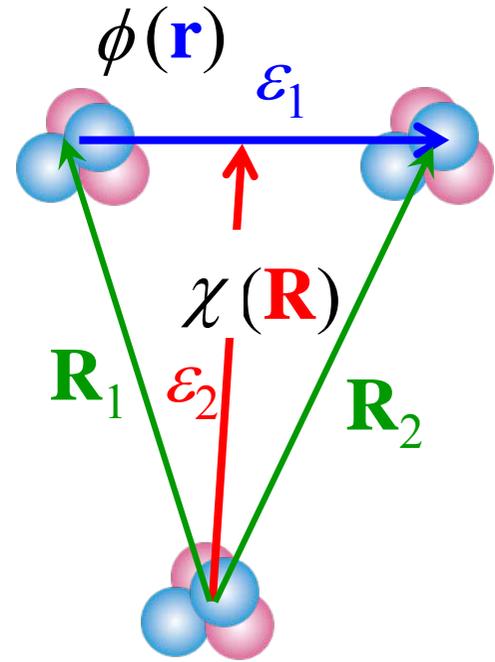
- ✓ 共鳴・非共鳴状態を区別なく取り扱い、3粒子の反応を正確に記述

*c.f. M. Kamimura and Y. Fukushima, Proceedings of the INS International Symposium on Nuclear Direct Reaction Mechanism, Shikanoshima, Fukuoka, Japan, 1978, p. 409.*

*P. Descouvemont and D. Baye, Phys. Rev. C 36, 54 (1987).*

# 従来の非共鳴過程の記述(Nomoto法)

*K. Nomoto et al., Astrophys. J. 149, 239 (1985).*



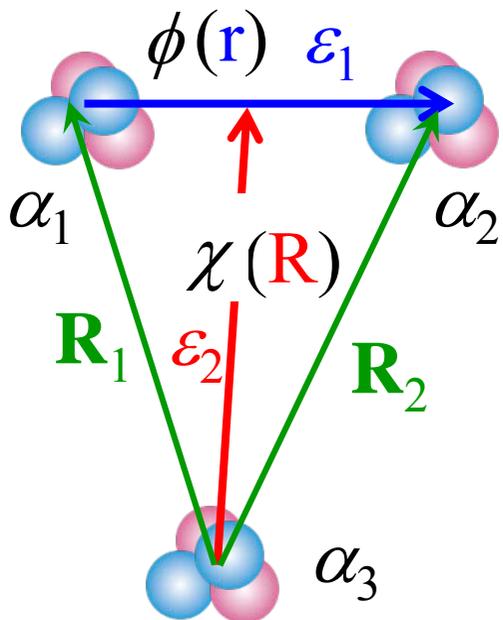
## □ Schroedinger Eq. (1ch)

$$\int \phi^*(\mathbf{r}) \left[ T_R + V_{\alpha-\alpha}(R_1) + V_{\alpha-\alpha}(R_2) + h_{\alpha\alpha} - E \right] \phi(\mathbf{r}) \chi(\mathbf{R}) d\mathbf{r} = 0$$

$$\left[ T_R + V_{\alpha\alpha-\alpha}(R) + \cancel{\epsilon_1} - (\cancel{\epsilon_1} + \epsilon_2) \right] \chi(\mathbf{R}) = 0$$

$\alpha\alpha$ - $\alpha$ 間のポテンシャルが $\alpha\alpha$ の状態に依らないときのみ正しい(検証可能)

# 連続状態入射反応



## 話の前提(想定)

- ✓ 便宜上、3つの $\alpha$ 粒子を番号付きで区別する。
- ✓  $\alpha_1 - \alpha_2$ 間および $(\alpha_1 - \alpha_2) - \alpha_3$ 間の軌道角運動量はいずれも0とする。

## 1. $3\alpha$ 系の自由波から出発する。

- ✓ **入射境界条件を満たす**、 $r$ についても $R$ についても無限に広がった波。

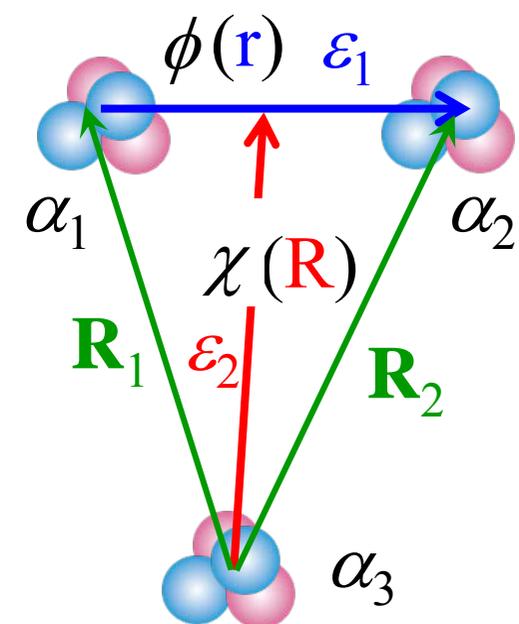
## 2. $\alpha_1 - \alpha_2$ 間の状態を、狭い運動量区間にわたって束ねる。

- ✓  $\alpha_1 - \alpha_2$ 間がコンパクトになる。その状態から反応が始まるとする。
- ✓  $(\alpha_1 - \alpha_2) - \alpha_3$ 間の散乱は、通常の散乱問題と同様に扱える。

## 3. $\alpha_1 - \alpha_2$ 間の連続状態を離散化して、結合するチャンネルを用意する。

- ✓ 散乱問題は、全系のエネルギー保存を満たしながら解く。
- ✓ 全ての $\alpha_1 - \alpha_2$ 状態が入射状態となり得る(open channels)。

# $\alpha_1$ - $\alpha_2$ の連続状態(1/2)



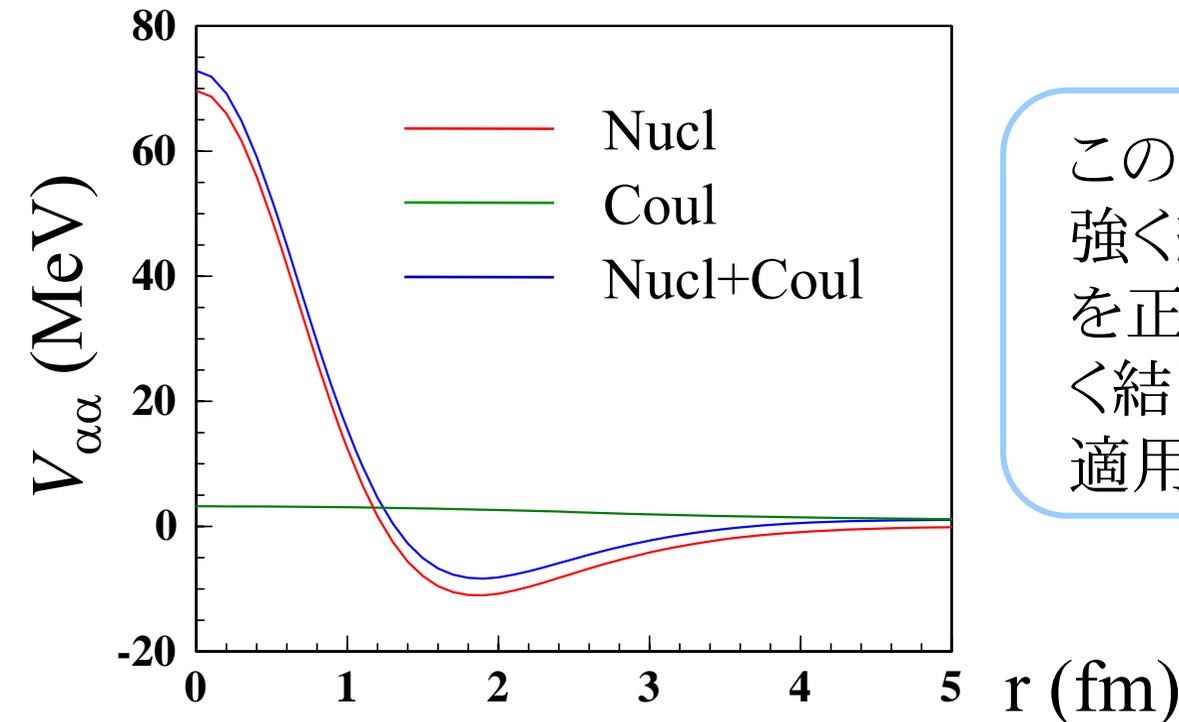
✓  $V_{\alpha\alpha}^N$  は、2-range Gauss (OCM 効果を表す斥力入り)

➡  $E_{\text{res}} = 92.0 \text{ keV}$ ,  
exp.  $92.04 \pm 0.05$

$\Gamma = 4.8 \text{ eV}$   
 $5.57 \pm 0.25$

✓ 0.668 keV から 176 keV までを 122 の状態に分割

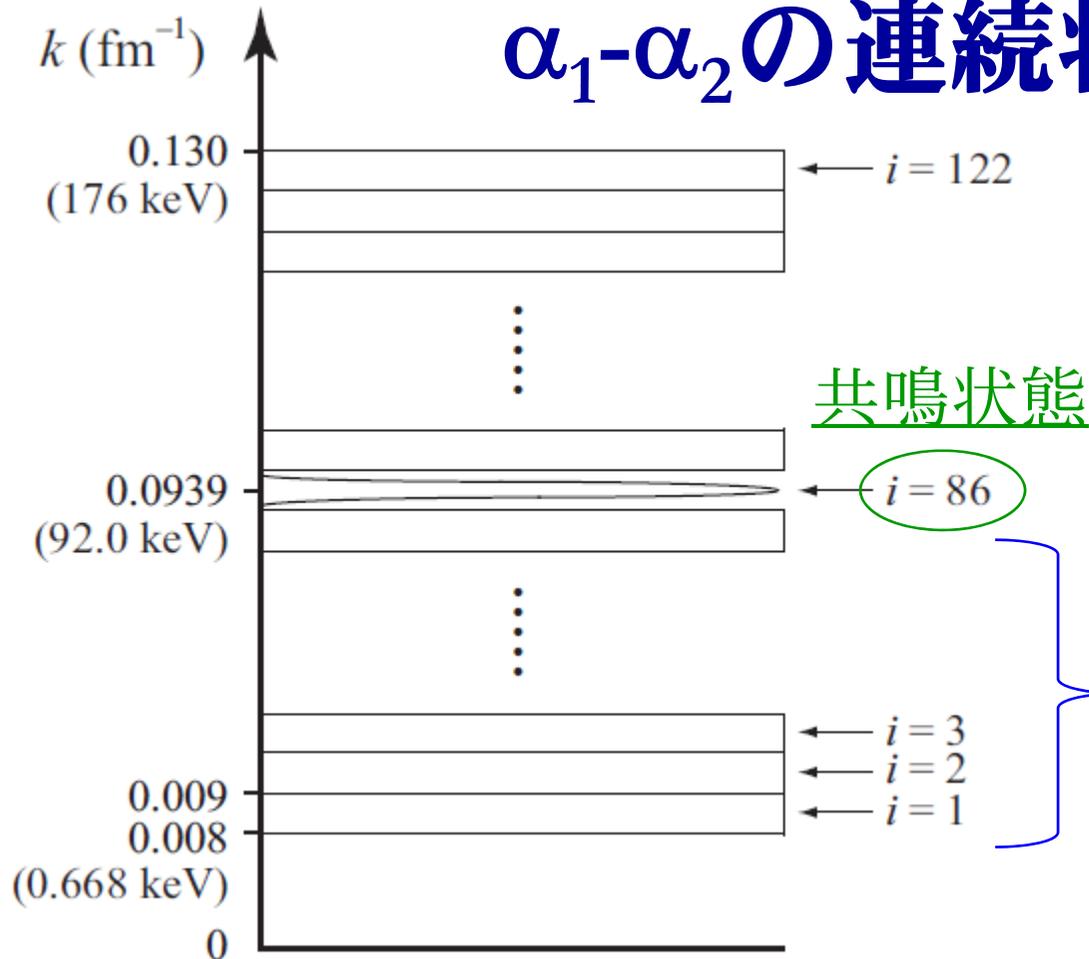
✓  $r_{\text{max}} = \underline{5000 \text{ fm}}$ ,  $dr = 0.1 \text{ fm}$



このようなポテンシャルでは、 $3\alpha$ が強く結合した $^{12}\text{C}$ 状態( $0_1$ や $2_1$ など)を正しく表現できないが、 $3\alpha$ がゆるく結び付いた(拡がった)状態には適用可能。

*c.f. H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. 51 (1974), 1266; 53 (1975), 447.*

# $\alpha_1$ - $\alpha_2$ の連続状態(2/2)



## 低エネルギー非共鳴状態

非共鳴融合反応において本質的に重要。しかし、従来の $3\alpha$  GCM, RGMによる計算\*には入っていない!

CDCCに取り入れる状態

\* M. Kamimura and Y. Fukushima, *Proceedings of the INS International Symposium on Nuclear Direct Reaction Mechanism, Shikanoshima, Fukuoka, Japan, 1978, p. 409.*  
P. Descouvemont and D. Baye, *Phys. Rev. C* **36**, 54 (1987).

# $(\alpha_1-\alpha_2)-\alpha_3$ の状態

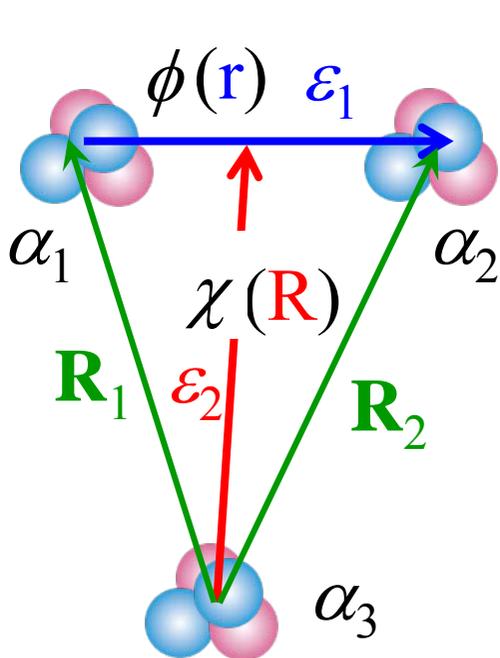
□  $(\alpha_1-\alpha_2)-\alpha_3$ 間の結合ポテンシャル

$$V_{ji}(R) = \left\langle \phi_j(r) \left| V_{\alpha\alpha}^{N+C}(R_1) + V_{\alpha\alpha}^{N+C}(R_2) \right| \phi_i(r) \right\rangle_r$$

✓  $V_{2\alpha}^N$  は 1.5% だけ小さくする。

➡  $i=j=86$  (共鳴) のとき  $E_{\text{res}} = 287.5 \text{ keV}$ ,  $\Gamma = 4.0 \text{ eV}$   
 exp. (287.5) (8.5+/-1.0)

✓  $R_{\text{max}} = \underline{2500 \text{ fm}}$ ,  $dr = 0.25 \text{ fm}$



□  $3\alpha$ 連続状態の波動関数

$$\Psi_{\hat{k}_{i_0}, E}^{0+}(r, R) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{32\pi^2} \frac{1}{\hat{k}_{i_0} \hat{K}_{i_0}} \sum_{i=1}^{i_{\text{max}}} \frac{\hat{u}_i(r)}{r} \frac{\hat{\chi}_i^{(i_0)}(R)}{R}$$

✓  $i_0$ : 入射状態 ( $i_0 = 1$  から  $i_{\text{max}}$  まで)

✓  $E$  は 1 keV から 500 keV まで 1 keV 刻みに取る。

※  $(\alpha_1-\alpha_2)-\alpha_3$ 間の共鳴エネルギー付近は 0.1 keV 刻み。

# 3重アルファ反応の反応率

ガウス展開法で求めた波動関数  
( $l, L$ ) = (0,2), (2,0), (2,2) で組み替え  
入り(対称化された波動関数)。

## □ 連続状態からのE2遷移確率

$$\langle \sigma v \rangle_{\hat{k}_{i_0}, E} = \frac{2 (2\pi)^7}{75\hbar} \left( \frac{\hbar\omega}{\hbar c} \right)^5 \sum_M \left| \left\langle \Psi_M^{2+} \middle| O_M^{E2} \middle| \Psi_{\hat{k}_{i_0}, E}^{0+} \right\rangle \right|^2$$

## □ 有効電荷補正 → $\Gamma_\gamma$ を再現するように補正

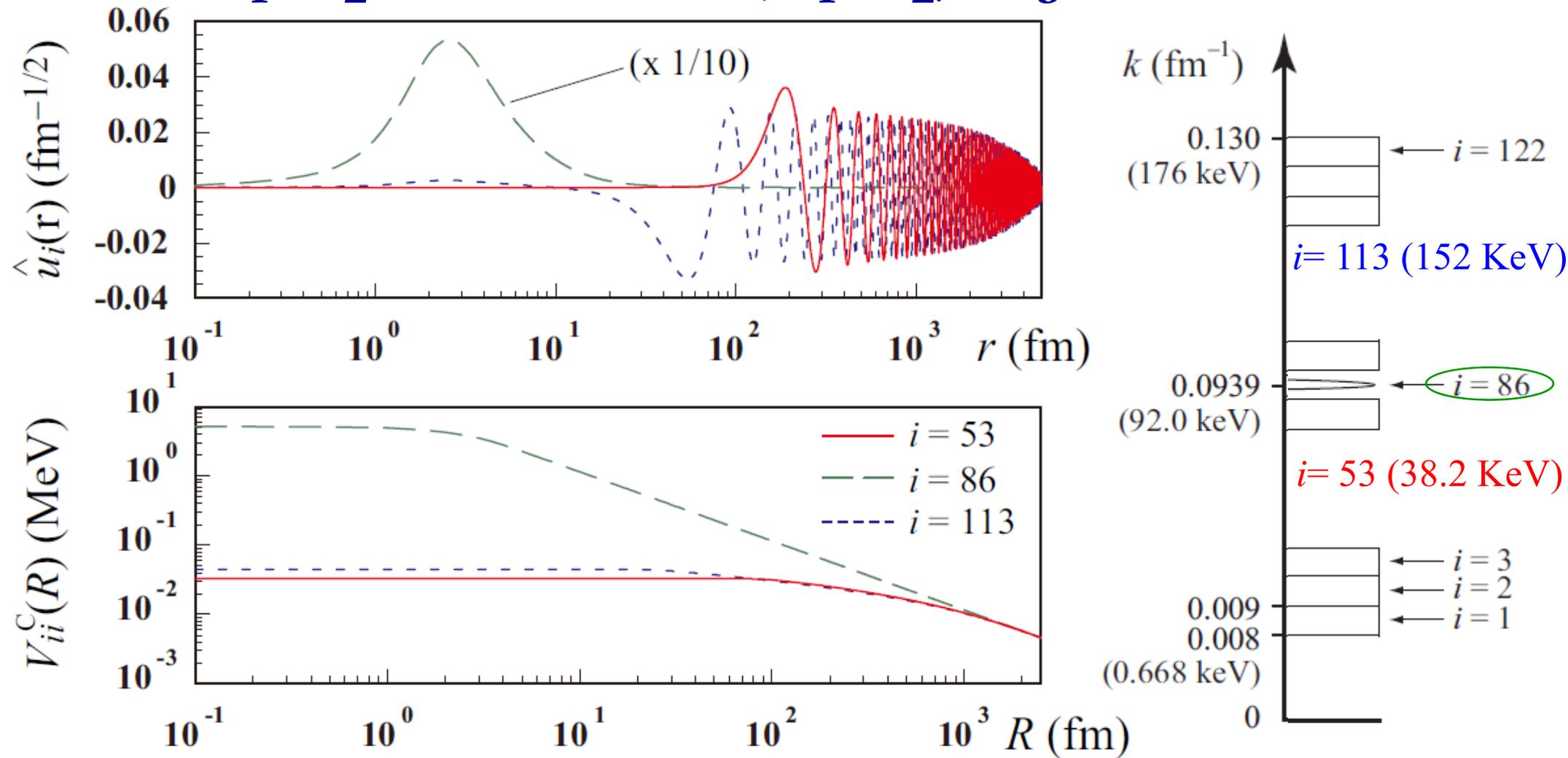
- ✓ 規格化した  $0_2^+$  CDCC波動関数を用いて計算した  $B(E2)$  が実験値  $13.4 e^2 \text{ fm}^4$  を再現するように有効電荷補正  $\delta e = 0.77$  を加える。

## □ 反応率

$$\langle \alpha\alpha\alpha \rangle(T) = 3N_A^2 \frac{4}{\pi (k_B T)^3} \int \left\{ \sum_{i_0=1}^{i_{\max}} w_{i_0} \langle \sigma v \rangle_{\hat{k}_{i_0}, E} \right\} \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) dE$$

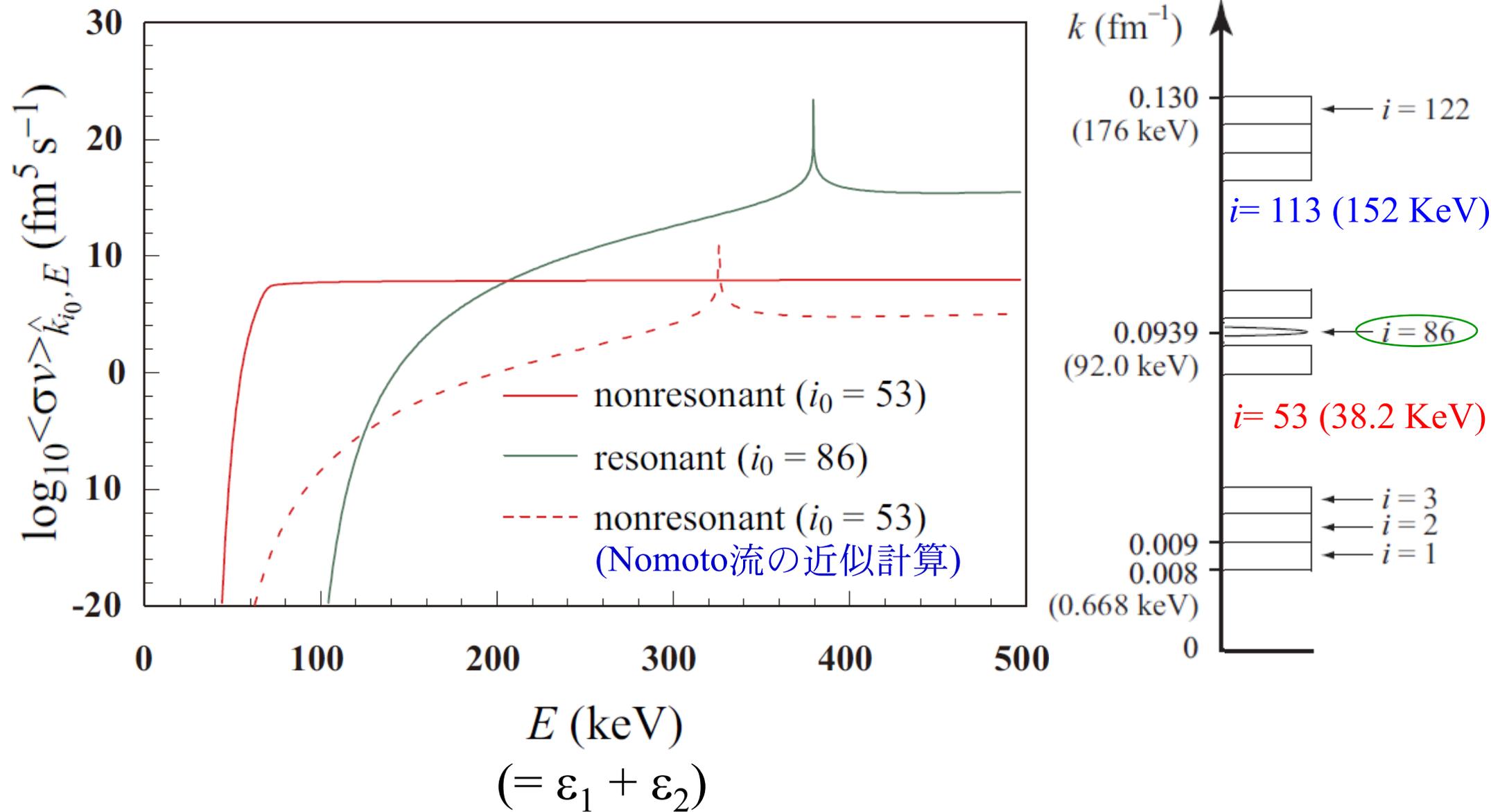
$$w_{i_0} = \frac{2\hat{\epsilon}_{12, i_0}}{\hat{k}_{i_0}} \sqrt{\hat{\epsilon}_{12, i_0} (E - \hat{\epsilon}_{12, i_0})}$$

# $\alpha_1$ - $\alpha_2$ 波動関数と $(\alpha_1-\alpha_2)$ - $\alpha_3$ 相互作用



非共鳴チャンネルのポテンシャルは、共鳴状態のそれとは全く異なる。  
**Nomoto**法とは、この差を無視した、極めて粗い近似計算である。

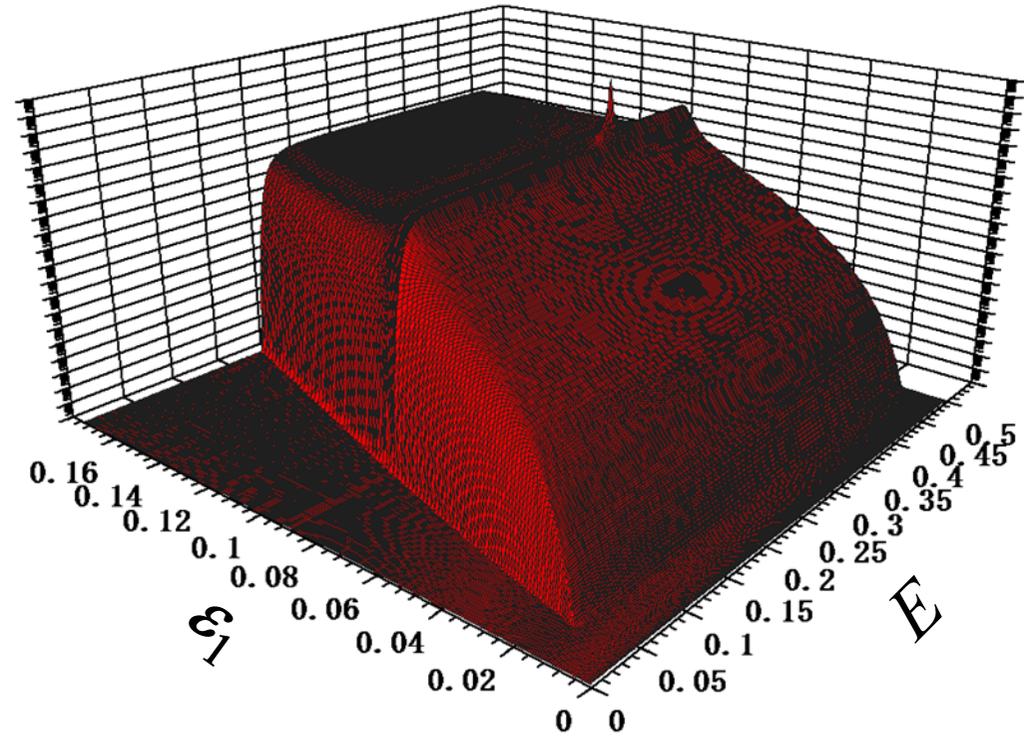
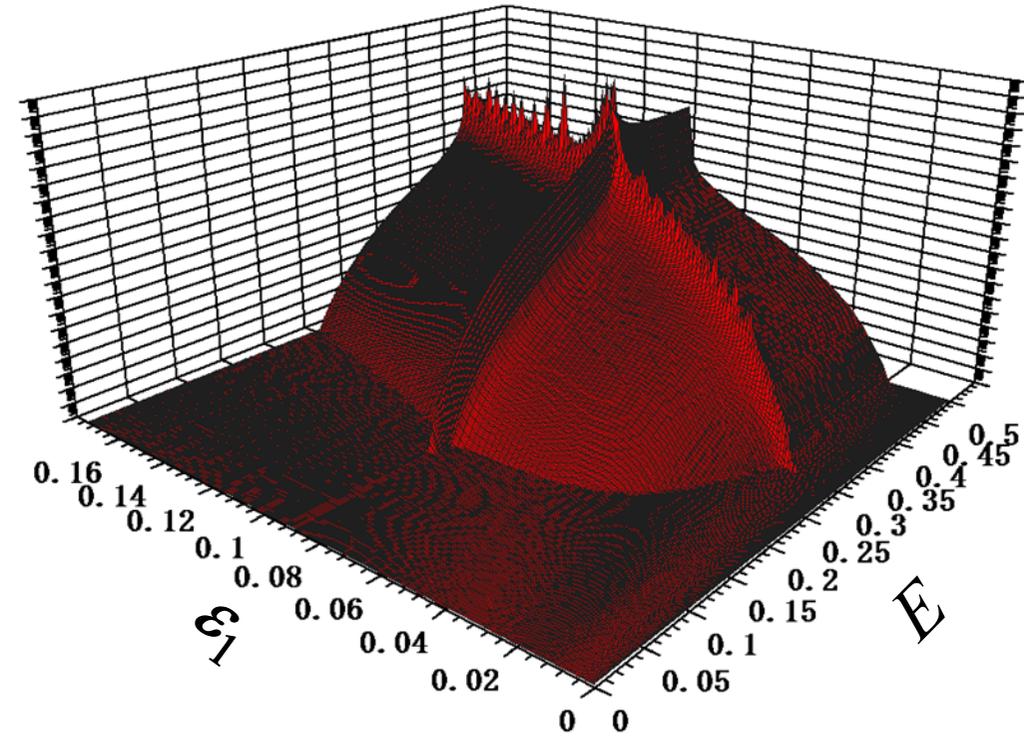
# $\langle\sigma v\rangle$ の計算結果(1ch計算)



# $\langle\sigma v\rangle$ の計算結果(1ch計算) -3Dプロット-

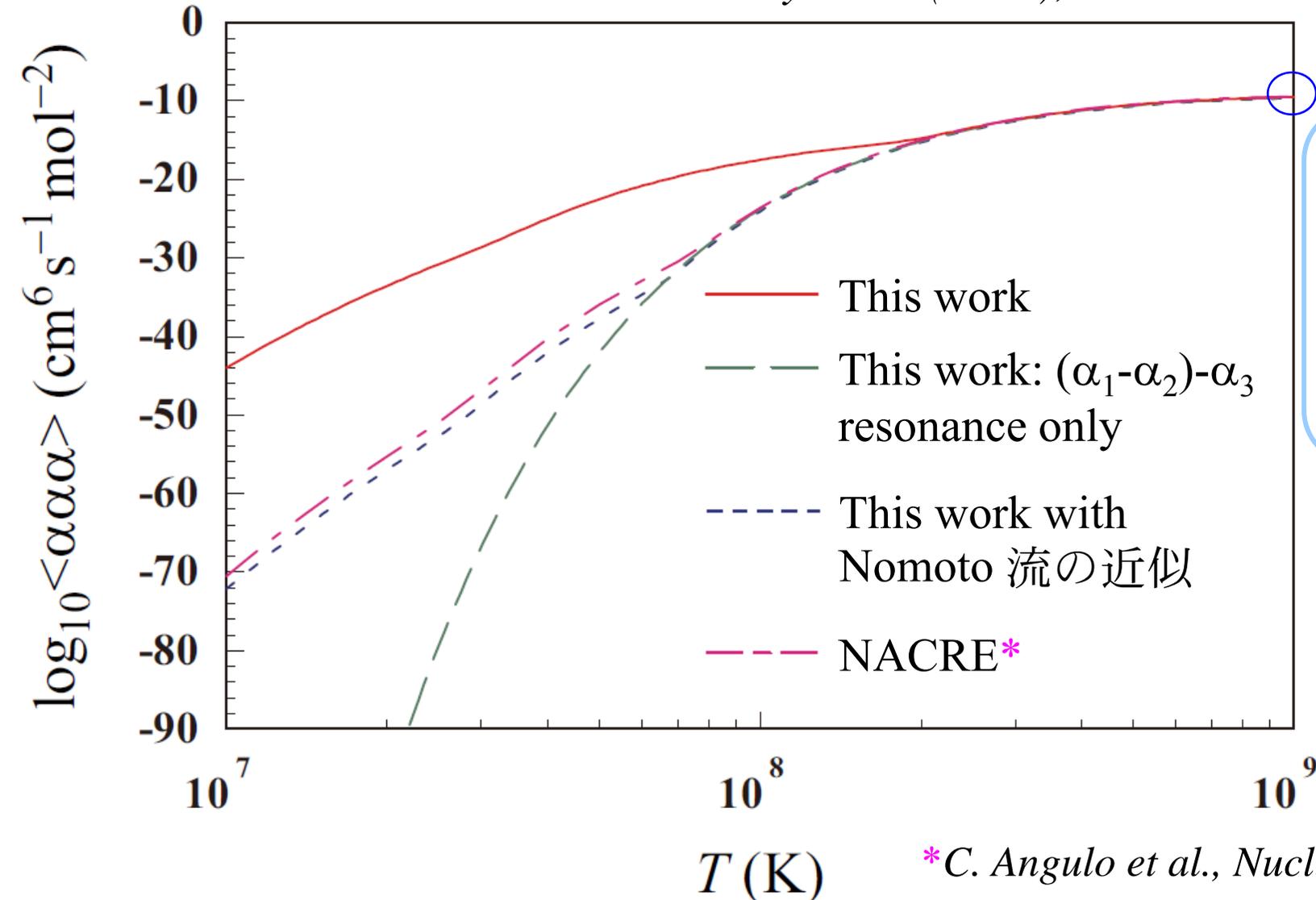
This work + Nomoto流の近似

This work



# 3重アルファ融合反応率

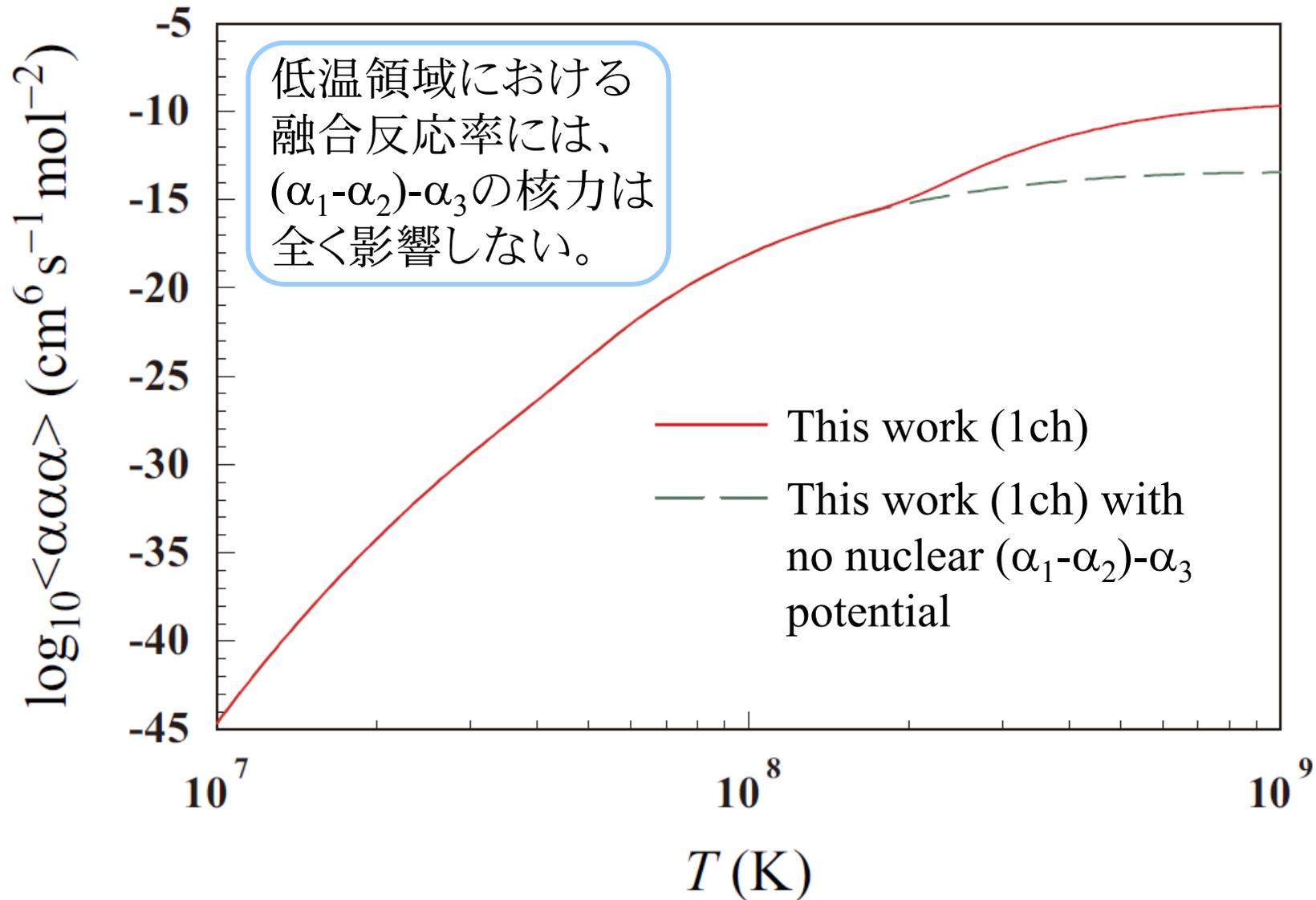
— *K.O., M. Kan, and M. Kamimura, to be published in Prog. Theor. Phys. 122 (2009); arXiv:0905.0007 [astro-ph.SR].*



この温度で規格化 (規格化因子 = 1.5)。これがCDCC計算の不定性を表している( $\alpha$ の対称化を無視した影響か)。

\* *C. Angulo et al., Nucl. Phys. A656 (1999), 3.*

# 斥力入り $\alpha\alpha$ ポテンシャルを用いる影響



# 新しい反応率(OKK rate)の影響

—— A. Dotter and B. Paxton, *arXiv:0905.2397 [astro-ph.SR]*.

## Evolutionary implications of the new triple- $\alpha$ nuclear reaction rate for low mass stars

### Result:

The OKK rate has severe consequences for the late stages of stellar evolution in low mass stars. Most notable is the **shortening-or disappearance-of the red giant phase**.

### Conclusions:

The OKK triple- $\alpha$  reaction rate is **incompatible with observations of extended red giant branches and He burning stars** in old stellar systems.

Methods. The triple- $\alpha$  reaction rates are compared by following the evolution of stellar models at 1 and 1.5  $M_{\odot}$  with  $Z=0.002$  and  $Z=0.02$ .

Results. Results show that the OKK rate has severe consequences for the late stages of stellar evolution in low mass stars. Most notable is the shortening-or disappearance-of the red giant phase.

Conclusions. The OKK triple- $\alpha$  reaction rate is incompatible with observations of extended red giant branches and He burning stars in old stellar systems.

# 3重アルファ融合反応研究のまとめ

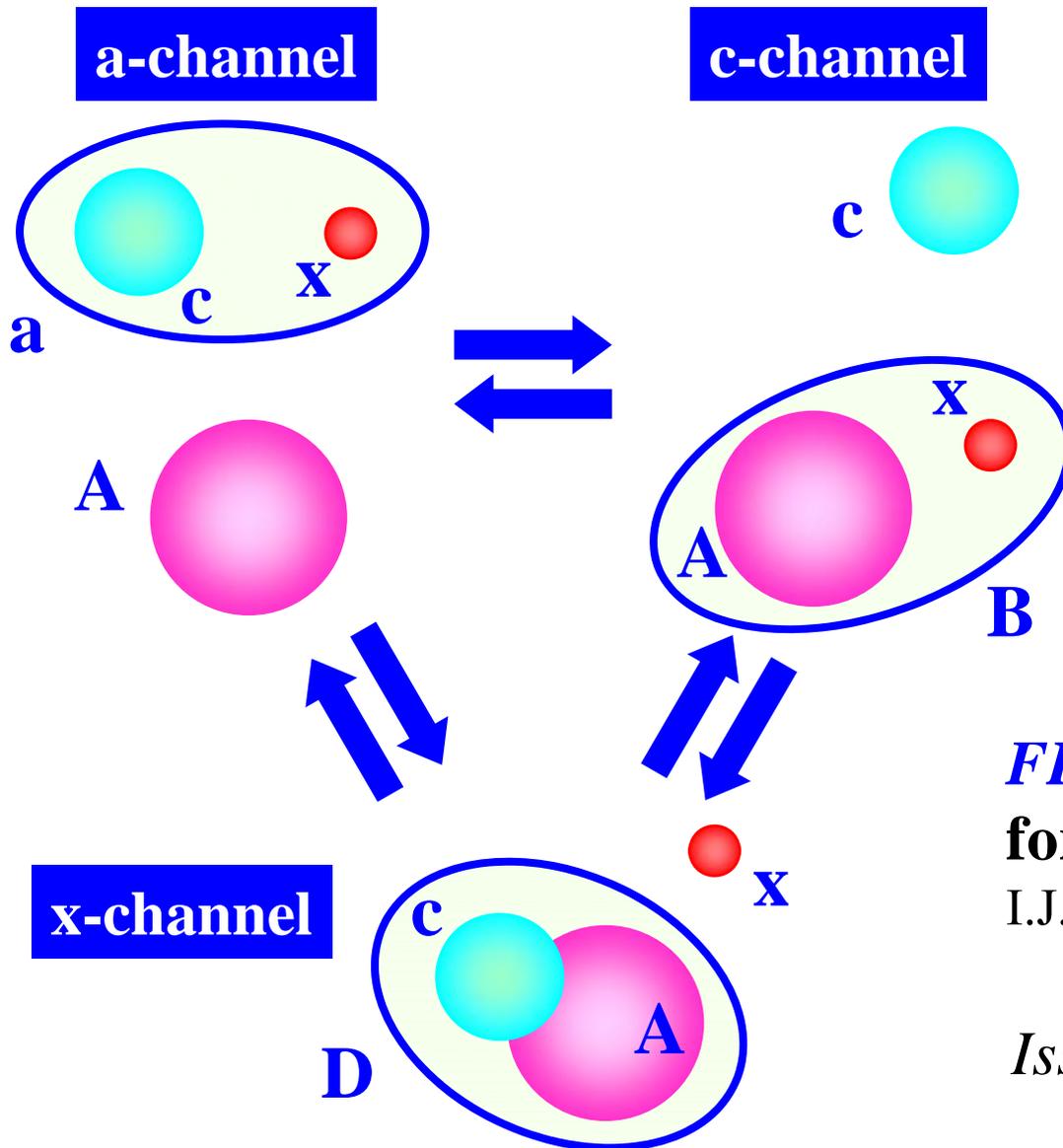
□ 離散化チャネル結合法を3粒子融合反応(ternary process)に適用した。

- ✓ 3重アルファ反応の共鳴・非共鳴過程を統一的に記述した。
- ✓  $\alpha_1$ - $\alpha_2$ 間の共鳴より下の連続状態が本質的に重要。
- ✓ 非共鳴反応では、 $(\alpha_1-\alpha_2)$ - $\alpha_3$ 間のクーロン障壁が、共鳴反応時よりも有意に下がる。
- ✓ 得られた反応率は、既存のものとは比べ、 $10^8$  K 以下で劇的に大きい。
- ✓ 非共鳴3重アルファ反応を記述する従来の方法(Nomoto法: NACRE)は、本計算の極めて粗い近似であることを示した。
- ✓ アルファ粒子の対称化をサボっていることは、本質的には影響しない。

□ 今後の展望

- ✓ 観測事実との“矛盾”はいかにして取り除かれるのか?
- ✓ Ternary processを鍵とする元素合成の研究:  $\alpha(\alpha n, \gamma)^9\text{Be}$ ,  $n(p\alpha, ^6\text{Li})$  etc.

# 移行反応の基本(CDCCからCDCRCへ)



$$T^{CCBA} = \langle \psi^{CDCC(c)} | V_{xc} | \psi^{CDCC(a)} \rangle$$

(with the remnant term neglected)

$$T^{CDCRC} = \langle \phi_c | V_c | \psi^{CDCC(a+c)} \rangle$$

$$T^{CDCRC'} = \langle \phi_c | V_c | \psi^{CDCC(a+c+x)} \rangle$$

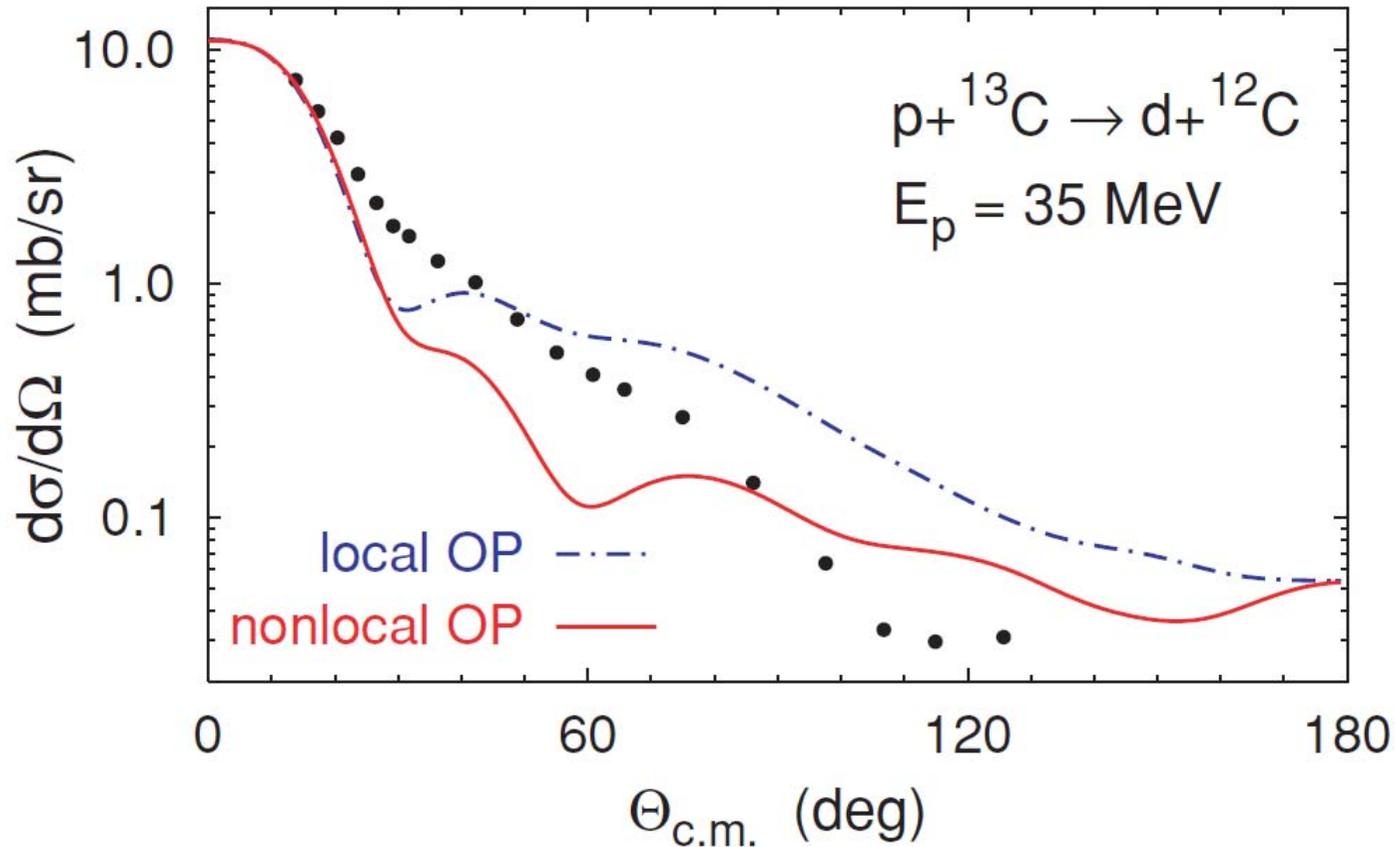
***FRESCO* is a powerful computer code for CDCRC calculation:**

I.J. Thompson, Comput. Phys. Rep. **7**, 167 (1988).

*Issue:* Perturbative treatment of rearrangement channels

# Faddeev法の現状

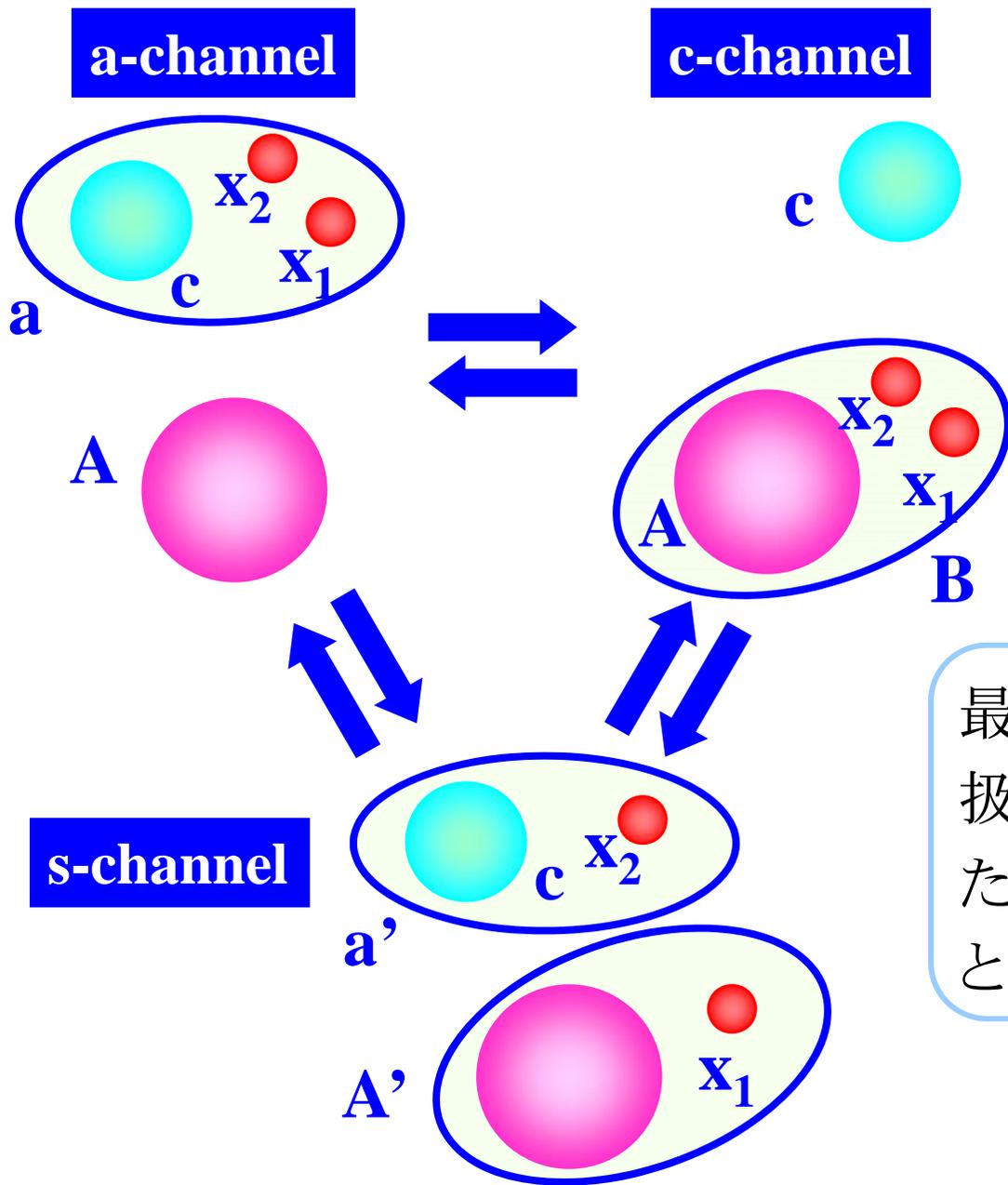
— A. Deluva, *Phys. Rev. C* **79**, 021602(R), 2009.



- ✓ Coulomb力の記述が可能になり、小数核子系以外の反応の研究を展開。
- ✓ Faddeev といえども、移行反応の定量的記述は困難(相互作用の問題)。

# 代理反応法と2核子移行反応

c.f. 千葉氏の講演(代理反応法)



Sequentialなし

$$T^{\text{CDCRC}} = \langle \phi_c | V_c | \psi^{\text{CDCC}(a+c)} \rangle$$

Sequentialあり

$$T^{\text{CDCRC}'} = \langle \phi_c | V_c | \psi^{\text{CDCC}(a+c+x)} \rangle$$

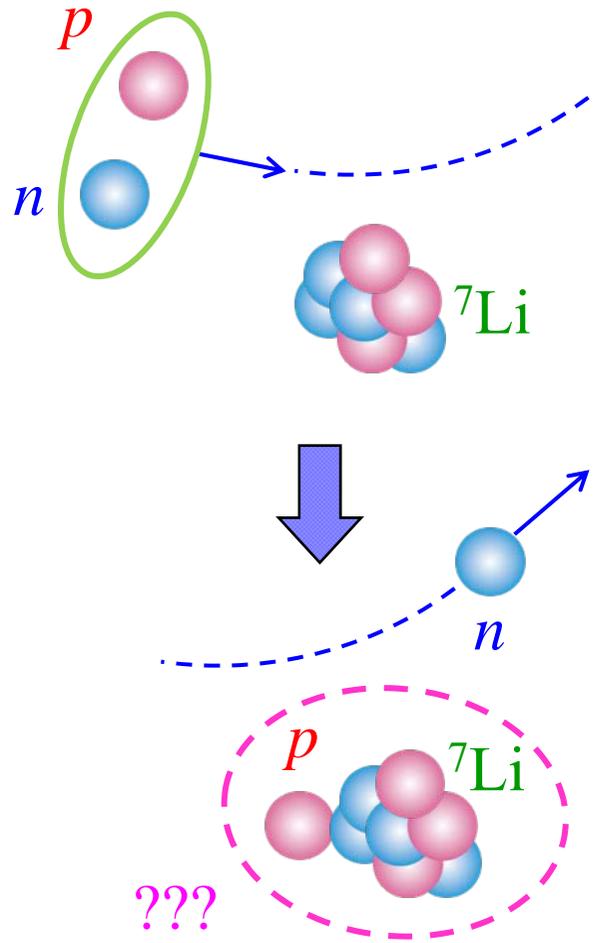
最終的には4体の組み替え反応として扱う。上村流の変分法が最有力か。ただし、ひとまずDWBAで分析することから始めるのが得策。

c.f. 上村氏の講演(この直後)

# 不完全融合反応の量子力学的記述

— S. Hashimoto, O. Chiba, Yahiro, submitted to PTP.

${}^7\text{Li}(d, nx)$



c.f. IFMIF (核融合炉用材料照射試験施設)

$n$ が ${}^7\text{Li}$ による吸収を免れ、 $p$ だけが吸収される反応を、融合断面積を計算する際の積分領域を適切に設定して求める新しい方法。

Total Fusion: 
$$\sigma_{\text{TF}} = \frac{2\mu_R}{\hbar^2 K_0} |\langle \Psi | (-W_p - W_n) | \Psi \rangle|$$

$p$ も $n$ も吸収

$p$ のみ吸収

$$\int_{r_p < r_p^{\text{ab}}} d\mathbf{r}_p \int_{r_n < r_n^{\text{ab}}} d\mathbf{r}_n + \int_{r_p < r_p^{\text{ab}}} d\mathbf{r}_p \int_{r_n > r_n^{\text{ab}}} d\mathbf{r}_n$$

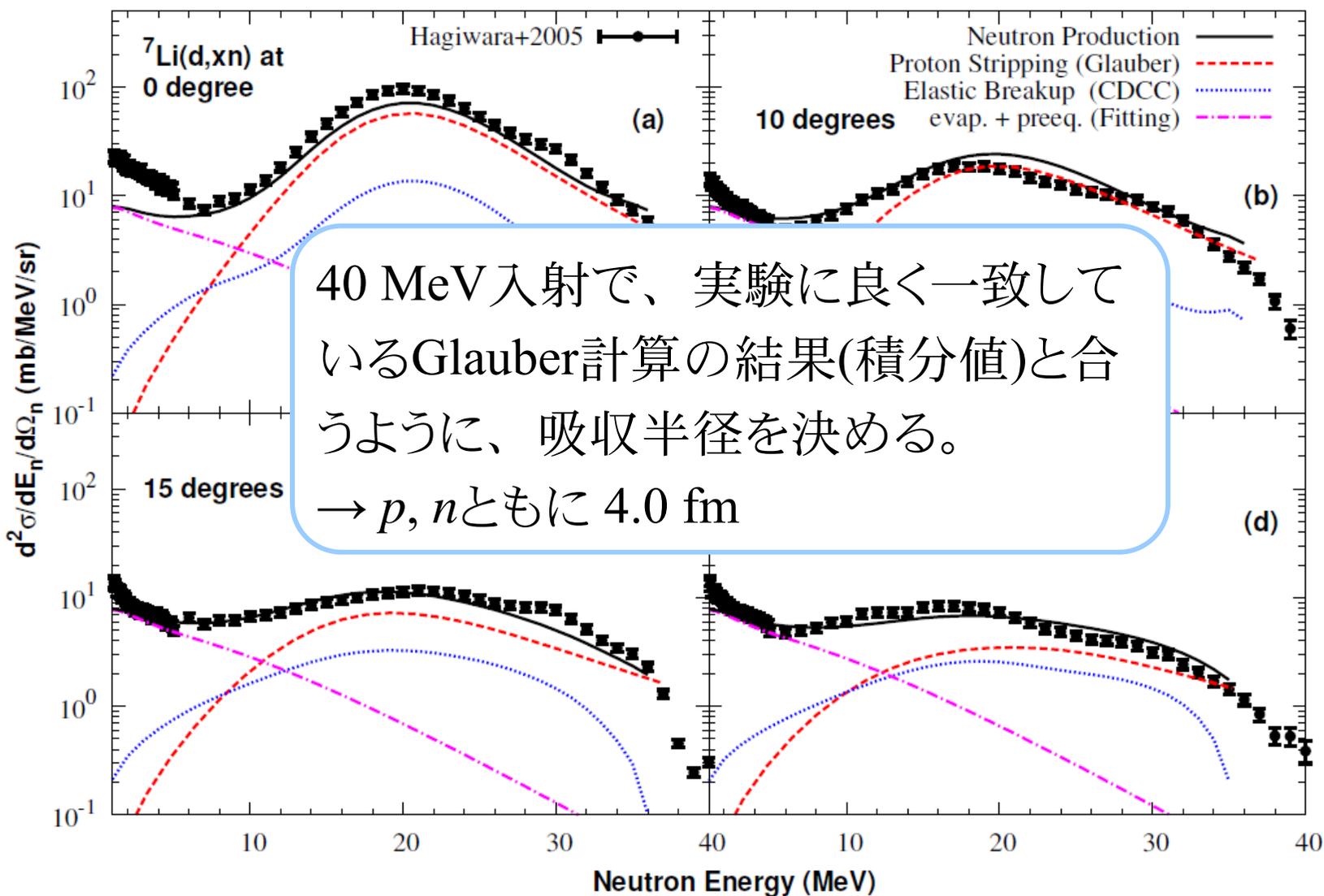
$$+ \int_{r_p > r_p^{\text{ab}}} d\mathbf{r}_p \int_{r_n < r_n^{\text{ab}}} d\mathbf{r}_n + \int_{r_p > r_p^{\text{ab}}} d\mathbf{r}_p \int_{r_n > r_n^{\text{ab}}} d\mathbf{r}_n$$

$n$ のみ吸収

期待値0

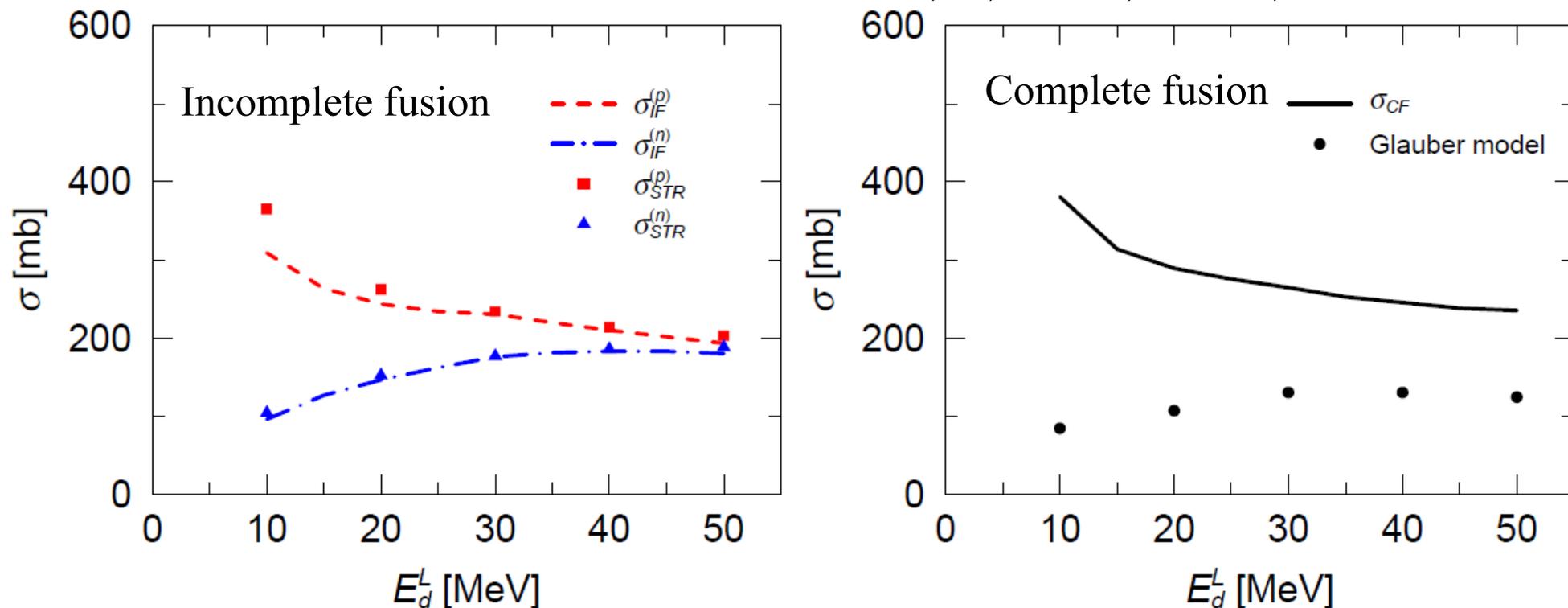
# Glauber計算の結果を用いた吸収半径の決定

— T. Ye, Watanabe, O, *Phys. Rev. C* 80, 014604 (2009).



# 不完全融合反応断面積の結果

— *S. Hashimoto, O. Chiba, Yahiro, submitted to PTP.*



従来提案されている、“分解チャンネルの期待値=不完全融合”  
とする方法\*(parameter free)では、不完全融合断面積が1/10程度  
になってしまい、実験と合っている40 MeVのGlauber計算の結果  
を全く再現できないことを確認。

\*A. Diaz-Torres and I. J. Thompson, *Phys. Rev. C* **65**, 024606 (2002).

# トーク後半のまとめ

## □ 移行反応の研究の現状と展望を概観した。

- ✓ 移行反応の定量的記述は、おそらく**最難関の課題**である。
- ✓ **相互作用の問題**を整理することが重要。
- ✓ 上村流の**変分法を用いた4体組み替え反応計算**が最有力か。
- ✓ 代理反応法においては、**多核子移行反応の定量的記述**が重要。  
このことは、移行反応研究の**大きな動機付け**となる。

## □ 不完全融合反応の量子力学的記述

- ✓ **積分領域の分割**による、反応の実態を考慮した計算法。
- ✓ 吸収半径(パラメータ)は、40 MeV入射のGlauber計算の結果(実験を再現)を用いて決める。
- ✓ 低エネルギーにおいても、不完全融合反応については、**Glauber計算が機能する可能性**が高い。

## 本講演のメッセージ

- 離散化チャネル結合法は、正確かつ柔軟な反応モデルである。
- 3重アルファ融合反応率の大改訂は、本物である。
- 移行反応は、核反応論の最終・最難関課題のひとつである。
- 不完全融合反応を量子力学的に記述する新しい方法の提案。

以下の共同研究者の方々に感謝します(敬称略)。

<sup>A,B</sup>上村正康, <sup>A,C</sup>菅将孝, <sup>D</sup>橋本慎太郎, <sup>D,E</sup>千葉敏,

<sup>A</sup>八尋正信, <sup>F</sup>叶涛, <sup>F</sup>渡辺幸信

<sup>A</sup>九大院理, <sup>B</sup>理研仁科センター, <sup>C</sup>日立製作所ソフトウェア事業部

<sup>D</sup>日本原子力研究開発機構, <sup>E</sup>国立天文台, <sup>F</sup>九大総理工